Correction du brevet blanc n°1 2013-2014

Exercice 1 : (3 points)

1. Marie obtient un débit de 10 Mbits/s.

2. Paul habite à 1,5 km du central téléphonique.

3. On doit habiter à 2km maximum du central pour pouvoir recevoir la télévision par internet.

Exercice 2 : (3 points)

2. Le triangle ABC est rectangle en A, donc on a : $\text{Aire(ABC)} = \dfrac{AC \times AB}{2}$

$\text{Aire(ABC)} = \dfrac{2{,}4 \times 3{,}2}{2} = 3{,}84 \text{ cm}^2$

L'aire du triangle ABC est de $3{,}84 \text{ cm}^2$.

Exercice 3 : (5 points)

1. 10 est un diviseur de 110 (11*10 = 110) mais pas de 88 (88/10 = 8,8) , donc il ne peut pas choisir de découper les plaques avec des carrés de 10 cm de côté.

2. 11 est un diviseur de 110 (11*10 = 110) et de 88 (11*8 = 88) donc il peut choisir de découper les plaques avec des carrés de 11 cm de côté.

3. **a.** Les carrés doivent être les plus grands possibles, donc la longueur du côté est le PGCD de 110 et de 88. On calcule donc PGCD(110 ; 88) par l'algorithme d'Euclide :

$110 = 88 \times 1 + 22$

$88 = 22 \times 4 + 0$ Donc le PGCD de 110 et de 88 est 22.

Les carrés mesurent 22 cm de côté.

b. $110 \div 22 = 5$ et $88 \div 22 = 4$ $5 \times 4 = 20$ Il y aura 20 carrés par plaque.

c. Il y a 20 carrés par plaque, vendus chacun 25€ : $20 \times 25 = 500$

$500 - 450 = 50$ Le bénéfice réalisé en vendant une plaque découpée au lieu d'entière est de 50€.

Exercice 4 : (2,5 points)

Figure 1 :

Je sais que les droites (AB) et (CD) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AD).

Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même 3$^{\text{ème}}$ droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Donc (AB) et (CD) sont parallèles.

Figure 2 :

Les points A, E, D d'une part et B, E, C d'autre part sont alignés et dans le même ordre. On a :

$\dfrac{ED}{EA} = \dfrac{3{,}1}{4} = 0{,}775$

$\dfrac{EC}{EB} = \dfrac{1{,}5}{2} = 0{,}75$

Donc $\dfrac{ED}{EA} \neq \dfrac{EC}{EB}$ et d'après la contraposée du théorème de Thalès, (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

$\boxed{\text{Exercice 5 :}}$ (5 points)

1. Programme A. Nombre choisi : 3 ; Soustraire 1 : $3 - 1 = 2$; Calculer le carré de la différence : $2^2 = 4$; Ajouter le double du nombre de départ : $4 + 2 \times 3 = 4 + 6 = 10$; Ecrire le résultat obtenu : 10.

2. Programme B. Nombre de départ : 3 ; Calculer le carré du nombre : $3^2 = 9$;
Ajouter 1 au résultat : $9 + 1 = 10$; Ecrire le résultat obtenu : 10

3. Programme A. Nombre choisi : -2 ; Soustraire 1 : $-2 - 1 = -3$; Calculer le carré de la différence : $(-3)^2 = 9$; Ajouter le double du nombre de départ : $9 + 2 \times (-2) = 9 + (-4) = 5$; Ecrire le résultat obtenu : 5.

4. En résolvant une équation : on appelle x le nombre choisi au départ. Le résultat obtenu avec le programme B s'écrit alors $x^2 + 1$ et on résout $x^2 + 1 = 5$.
Donc $x^2 = 5 - 1 = 4$
Donc $x = 2$ ou $x = -2$
Les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le résultat obtenu avec le programme B soit 5 sont 2 et -2.

5. On appelle toujours x le nombre choisi au départ.
Le résultat obtenu avec le programme A s'écrit alors : $(x - 1)^2 + 2x$.
On réduit cette expression : $(x - 1)^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 + 2x = x^2 + 1$.
A la question précédente, on a vu que le programme B s'écrit lui aussi $x^2 + 1$, donc les deux programmes de calcul sont bien équivalents et Henri a raison.

$\boxed{\text{Exercice 6 :}}$ (3,5 points)

Figure 1 :
Le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC] donc le triangle ABC est rectangle en A et les droites (AB) et (CA) sont perpendiculaires.

Figure 2 : Dans le triangle ABC, on a :
$AB^2 = 4^2 = 16$ $\qquad$ $AC^2 = 3^2 = 9$ $\qquad$ $BC^2 = 5^2 = 25$
Or $16 + 9 = 25$, soit $AB^2 + AC^2 = BC^2$
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A et les droites (AB) et (CA) sont perpendiculaires.

Figure 3 :
Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.
Dans ABC, on a : $\widehat{ACB} = 35°$ et $\widehat{ABC} = 65°$.
Donc $\widehat{BAC} = 180 - (35 + 65) = 180 - 100 = 80°$
Donc l'angle $\widehat{BAC}$ n'est pas un angle droit et les droites (AB) et (CA) ne sont pas perpendiculaires.

$\boxed{\text{Exercice 7 :}}$ (5 points)

1. Le développement de $A = (2x + 3)^2$ est ...	$4x^2 + 9$	$2x^2 + 6x + 9$	$2x^2 + 9$	$\boxed{4x^2 + 12x + 9}$
2. La factorisation de $B = 4x^2 + x$ est ...	$4(x^2 + 1)$	$\boxed{x(4x + 1)}$	$(2x + 1)^2$	$x(4x)$
3. Soit $C = 2x^2 + 4$. Si x vaut -1, alors C est égale à ...	$\boxed{6}$	2	-4	8
4. L'écriture scientifique de $10^2 \times 21 \times 10^{-7}$ est ...	21×10^{-3}	$\boxed{2{,}1 \times 10^{-4}}$	$2{,}1 \times 10^{10}$	21×10^5
5. Dans le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 7 et AC = 11, l'angle $\widehat{ACB}$ mesure au dixième près ...	57,5°	39,5°	50,5°	$\boxed{32{,}5°}$

Exercice 8 : (5 points)

Affirmation 1 : 4 n'admet que deux diviseurs.
Les diviseurs de 4 sont 1 ; 2 et 4. Le nombre 4 a donc 3 diviseurs et non 2.
L'affirmation 1 est fausse.

Affirmation 2 : Un cube, une pyramide à base carrée et un pavé droit totalisent 17 faces.
Un cube compte 6 faces ; une pyramide à base carrée compte 5 faces et un pavé droit compte 6 faces.
$6 + 5 + 6 = 17$
L'affirmation 2 est vraie.

Affirmation 3 : La vitesse moyenne d'un coureur qui parcourt 19 km en 1h est supérieure à celle d'une voiture télécommandée qui parcourt 5 m par seconde.
5 m en 1 s = 5×3600 m en 3600 s = 18 000 m en 1h = 18 km en 1h
La vitesse du coureur est plus élevée que celle de la voiture télécommandée.
L'affirmation 3 est vraie.

Affirmation 4 : Pour tous les nombres x, on a : $(2x + 3)^2 = 9 + 2x(2x + 3)$
$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$
$9 + 2x(2x + 3) = 9 + 2x \times 2x + 2x \times 3 = 9 + 4x^2 + 6x = 4x^2 + 6x + 9$
Les deux expressions ne sont pas égales.
L'affirmation 4 est fausse.

Affirmation 5 : Le PGCD de 18 et de 36 est 9.
$36 = 18 \times 2$ donc 18 est un diviseur de 36
Donc le PGCD de 18 et de 36 est 18 et non 9.
L'affirmation 5 est fausse.

Exercice 9 : (6 points)

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :
$\tan(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{BC}$ soit $\tan(37) = \dfrac{AB}{7}$
$AB = 7 \times \tan(37) \approx 5,3$ cm.
AB est environ égale à 5,3 cm.

2. Calculer la longueur arrondie à 0,1 cm près de [BE]. Justifier.
Dans le triangle BEC rectangle en B, on peut utiliser le théorème de Pythagore :
$EC^2 = BC^2 + BE^2$
$12^2 = 7^2 + BE^2$
$144 = 49 + BE^2$
$BE^2 = 144 - 49 = 95$
$BE = \sqrt{95}$
$BE \approx 9,7$ cm
[BE] mesure environ 9,7 cm.

3. Dans le triangle ECF rectangle en E, on a :
$\sin(\widehat{EFC}) = \dfrac{EC}{FC}$ soit $\sin(53) = \dfrac{12}{FC}$
$FC = \dfrac{12}{\sin(53)} \approx 15$ cm
FC est environ égale à 15 cm.

4. Dans le triangle BEC rectangle en B, on a :
$\cos(\widehat{BCE}) = \dfrac{CB}{CE} = \dfrac{7}{12}$ $\widehat{BCE} = \arccos\left(\dfrac{7}{12}\right) \approx 54°$
L'angle $\widehat{BCE}$ mesure environ 54°.